Université Badji Mokhtar Annaba
Faculté de Technologie
Département d'Electronique
2éme Année Licence Automatique (S4)
Matière : **S**ystèmes **A**sservis **L**inéaires et **C**ontinus — Le 27/05/2024

Solution de l'examen de la session normale 2023/2024

Exercice 1 (04 pts) :

1 pt

1) On a : $L(\ddot{y}(t)) - 4L(\dot{y}(t)) + 3L(y(t)) = L(e^{2t}) \;\rightarrow\; p^2Y(p) - 4pY(p) + 3Y(p) = \dfrac{1}{p-2}$

1 pt

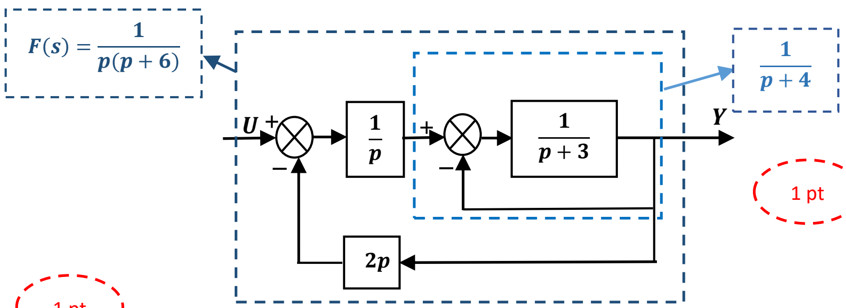
$$\rightarrow Y(p) = \frac{-2p+5}{(p-2)(p^2-4p+3)} = \frac{-2p+5}{(p-2)(p-1)(p-3)} = \frac{-3/2}{(p-1)} + \frac{-2}{(p-2)} + \frac{-1}{(p-3)}$$

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}\left(Y(p)\right) = \frac{3}{2}e^{t} - e^{2t} - \frac{1}{2}e^{3t}$$ 1 pt

Théorème de la valeur finale : $\lim\limits_{t\to\infty} y(t) = \lim\limits_{p\to 0^+} pY(p) = 0$ 1 pt

Exercice 2 (08 pts)

1)



1 pt

1 pt

2) $\dfrac{K}{s^2+6s+K} \rightarrow \dfrac{{\omega_n}^2}{(s^2+2\xi\omega_n s+{\omega_n}^2)}$

3) $\omega_n = \sqrt{K}$ 0.5 pt $et\ \xi = \dfrac{3}{\sqrt{K}}$ 0.5 pt

4) $\xi \geq 1$ on a : $K = \dfrac{9}{\xi^2} \rightarrow K \leq 9$ 1 pt

1 pt

5) L'erreur statique : $e_s = 0$ 1 pt l'erreur en vitesse : $e_v = \lim\limits_{p\to 0} \dfrac{1}{p\left(1+\frac{K}{p(p+6)}\right)} = \dfrac{6}{K}$ 1 pt

6) $e_v = \dfrac{6}{K} = 0.1 \rightarrow K = 60$ donc on ne peut pas régler $\boldsymbol{K}$ pour avoir $e_v = 0.1$ et rester en régime apériodique en même temps car $K \leq 9$ 1 pt

Exercice 3 (8 pts) :

1) La fonction de transfert en boucle fermée : $F(p) = \dfrac{G(p)}{1+G(p)} = \dfrac{K}{p(0.5p+1)^2+k} = \dfrac{K}{0.25p^3+p^2+p+K}$,

0.5 pt

Etablissons la table de Routh :

0.25	1
1	K
$1-0.25K$	
K	

0.5 pt

Les éléments de la première colonne doivent être du même signe : $1 - 0.25K > 0 \rightarrow K < 4$

Donc le système en boucle fermée est stable pour : $0 < K < 4$ 0.5 pt

2) La valeur de K qui correspond à une marge de phase M_{ph}= 45° :

On a : $arg(G(wj)) = \varphi(w) = -\frac{\pi}{2} - 2arctg(0.5w)$ 0.5 pt

Et : $M_{ph} = \pi + \varphi(w_c)$, où w_c pulsation de coupure à laquelle le gain vaut 0 db.

Donc : $M_{ph} = \pi + \varphi(w_c) = \pi - \frac{\pi}{2} - 2arctg(0.5w_c) = \frac{\pi}{4} \rightarrow arctg(0.5w_c) = \frac{\pi}{8} \rightarrow$

$$w_c = \frac{1}{0.5} tg\left(\frac{\pi}{8}\right) = 0.828\, rad/s$$ 1 pt

D'autre part, on a :$|G(jw_c)| = 1 \rightarrow \frac{K}{w_c(0.25w_c^2+1)} = 1$ 1 pt

Donc la valeur de K pour laquelle la marge de phase est 45° est :

$$K = w_c(0.25w_c^2 + 1) = 0.9706$$ 1 pt

3) Calcul de w_π , on a: $\varphi(w_\pi) = -\frac{\pi}{2} - 2arctg(0.5w_\pi) = -\pi \rightarrow 2arctg(0.5w_\pi) = \frac{\pi}{2} \rightarrow$

$$w_\pi = \frac{1}{0.5} tg\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2\, rad/s$$ 1 pt

- On a : $\frac{K}{w_c(0.25w_c^2+1)} = 1 \rightarrow K = w_c(0.25w_c^2 + 1)$, et $w_c < w_\pi \rightarrow w_c < 2 \rightarrow$ ${w_c}^2 < 4 \rightarrow 0.25{w_c}^2 + 1 < 4(0.25) + 1 \rightarrow (0.25w_c^2 + 1) < 2.$

Donc $w_c < 2$ et $(0.25w_c^2 + 1) < 2 \rightarrow w_c(0.25w_c^2 + 1) < 4 \rightarrow K < 4$ 1 pt

4) La valeur de K qui correspond à une marge de gain $M_g = 20\, db$, on a :

$M_g = -20 \log\left(\frac{K}{w_\pi(0.25w_\pi^2+1)}\right) = 20\, db \rightarrow \log\left(\frac{K}{w_\pi(0.25w_\pi^2+1)}\right) = -1 \rightarrow \frac{K}{w_\pi(0.25w_\pi^2+1)} = 10^{-1} \rightarrow K = w_\pi(0.25w_\pi^2 + 1).10^{-1} = 0.4$ 1 pt

Cette valeur respecte la condition de stabilité $K < 4$, donc oui on peut assurer une marge de gain de 20 db tout en assurant la stabilité du système en boucle fermée.